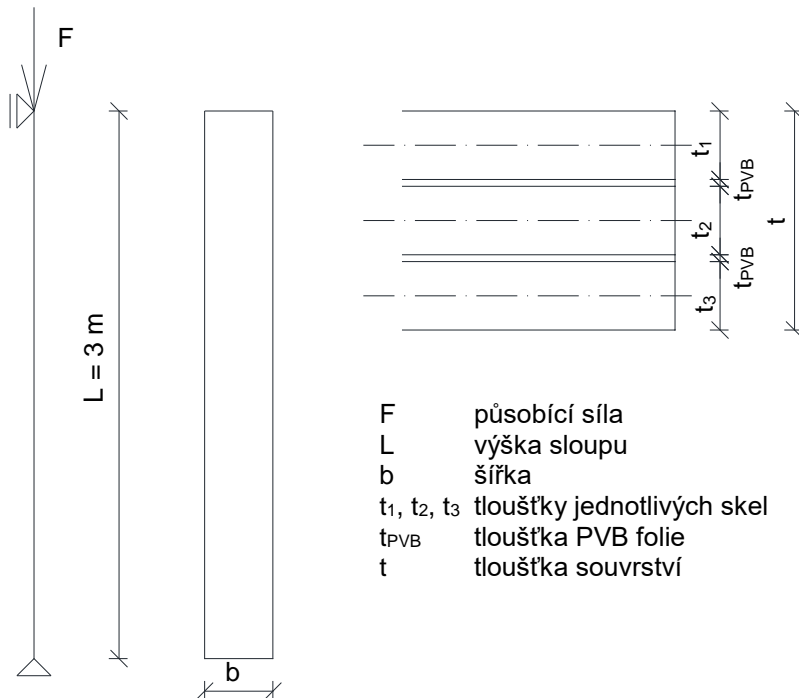


6. Skleněný sloup namáhaný centrickým tlakem

Posudte skleněný sloup namáhaný tlakem, viz obr. 6.1. Sloup je zatížen centricky silou F_{Ed} , která představuje vlastní tíhu sloupu a střešního pláště a zatížení sněhem. Sloup je navržen z tepelně tvrzeného trojvrstvého skla s PVB folií o tloušťce $3 \times 12 \text{ mm} + 2 \times 0,76 \text{ mm}$. Šířka sloupu $b = 400 \text{ mm}$ a výška $L = 3 \text{ m}$. Sloup je kloubově uložený na obou koncích.



Obr. 6.1: Schéma konstrukce

6.1 Zatížení

Zatěžovací stavy

Sloup je zatížen centricky silou $F_k = G_k + Q_k$. Charakteristická hodnota stálého zatížení je $G_k = 2000 \text{ N}$. Charakteristická hodnota proměnného zatížení sněhem je $Q_k = 1000 \text{ N}$.

Kombinace zatížení

Pro posouzení sloupu jsou uvažovány tři kombinace zatěžovacích stavů. V mezním stavu únosnosti se posuzuje sloup na kombinaci **KZ1** za běžného provozu a na kombinaci **KZ2** za mimořádné situace (jedna vnější skleněná tabule je poškozena). V mezním stavu použitelnosti se posuzuje vodorovná deformace sloupu na kombinaci **KZ3**.

Kombinace **KZ1** dle ČSN EN 1990, [1]

$$F_{Ed,1} = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k = 1,35 \cdot 2000 + 1,5 \cdot 1000 = 4200 \text{ N} = 4,2 \text{ kN}$$

Kombinace **KZ2** dle [1]

$$F_{Ed,2} = \gamma_G \cdot G_k + \psi_1 \cdot \gamma_Q \cdot Q_k = 1,0 \cdot 2000 + 0,5 \cdot 1,0 \cdot 1000 = 2500 \text{ N} = 2,5 \text{ kN}$$

Kombinace **KZ3** dle [1]

$$F_k = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k = 1,0 \cdot 2000 + 1,0 \cdot 1000 = 3000 \text{ N} = 3,0 \text{ kN}$$

6.2 Průřezové charakteristiky

Pro posouzení skleněného sloupu v MSÚ a MSP je třeba stanovit průřezové charakteristiky jedné skleněné tabule, viz obr. 6.2.

$$t_1 = t_2 = t_3 = 12 \text{ mm}$$

Plocha tabule

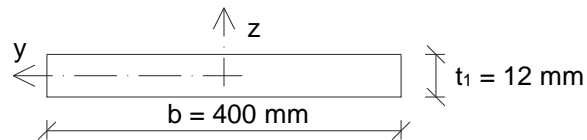
$$A = b \cdot t_1 = 400 \cdot 12 = 4800 \text{ mm}^2$$

Moment setrvačnosti

$$I_y = \frac{b \cdot t_1^3}{12} = \frac{400 \cdot 12^3}{12} = 57600 \text{ mm}^4$$

Průřezový modul

$$W_y = \frac{b \cdot t_1^2}{6} = \frac{400 \cdot 12^2}{6} = 9600 \text{ mm}^3$$



Obr. 6.2: Schéma posuzovaného průřezu

6.3 Stanovení vnitřních sil

Normálové síly

V MSÚ a MSP při posouzení sloupu neuvažujeme dle DIN 18008-1, [2] spolupůsobení jednotlivých skleněných tabulí. Zatížení rozdělíme v poměru tuhostí na jednotlivé skleněné tabule.

Pro tabule o stejné tloušťce $t_1 = 12 \text{ mm}$ tedy platí:

$$N_{Ed} = \frac{F_{Ed}}{n}$$

kde N_{Ed} je osová síla v jedné tabuli;
 F_{Ed} hodnota zatížení, které působí na sloup;
 n počet tabulí v uvažovaném průřezu.

Po dosazení do vztahu dostaneme pro jednotlivé kombinace:

Kombinace **KZ1** – $n = 3$

$$N_{Ed,1} = \frac{F_{Ed,1}}{n} = \frac{4200}{3} = 1400 \text{ N} = 1,4 \text{ kN}$$

Kombinace **KZ2** – $n = 2$ (mimořádná situace – jedna skleněná tabule porušená)

$$N_{Ed,2} = \frac{F_{Ed,2}}{n} = \frac{2500}{2} = 1250 \text{ N} = 1,25 \text{ kN}$$

Kombinace **KZ3** – $n = 3$

$$N_k = \frac{F_k}{n} = \frac{3000}{3} = 1000 \text{ N} = 1,0 \text{ kN}$$

Ohybové momenty

S ohledem na bezpečný návrh konstrukce jsou vnitřní síly stanovené na zakřiveném prutu, kde zakřivení o velikosti w_0 nahrazuje reálné imperfekce skutečného prutu. Přestože zatížení působí na průřez centricky, vlivem zavedené počáteční imperfekce vzniká na prutu ohybový moment, který způsobuje další deformaci prutu ve vodorovném směru a nárůst vnitřních sil až do kolapsu (vliv 2. řádu).

Velikost počáteční imperfekce je pro tepelně upravené sklo:

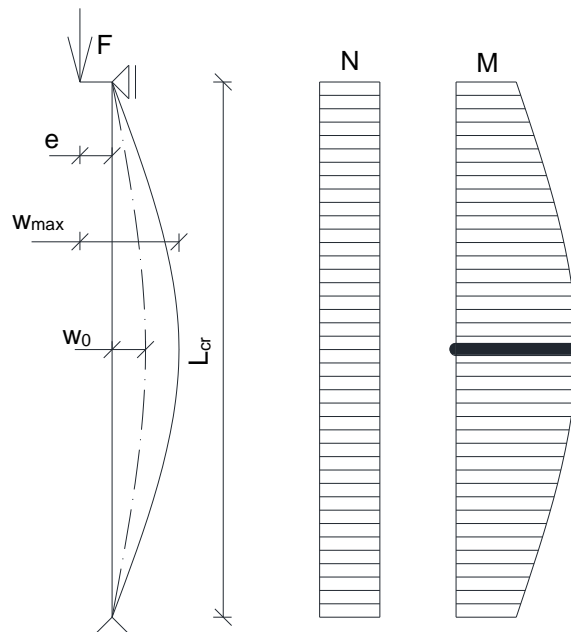
$$w_0 = \frac{L}{300} = \frac{3000}{300} = 10 \text{ mm}$$

kde w_0 je počáteční imperfekce;
 L délka prutu.

V našem případě skleněného sloupu uvažujeme Eulerovo kritické břemeno pro jednu tabuli:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot 57600}{3000^2} = 4421 \text{ N} = 4,42 \text{ kN}$$

kde E je Youngův modul materiálu;
 I_y moment setrvačnosti.



Obr. 6.3: Vnitřní síly na imperfektním prutu

Celková vodorovná deformaci w_{max} se stanoví z diferenciální rovnice 2. řádu pro řešení tlačného prutu s počáteční imperfekcí, viz obr. 6.3 jako:

$$w_{max} = \frac{e}{\cos\left(\frac{L_{cr}}{2} \cdot \left(\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}\right)^{-0,5}\right)} + \frac{w_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}$$

kde e je excentricita působící síly na průřez;
 L_{cr} vzpěrná délka;
 N_{cr} Eulerovo kritické břemeno.

Dosažením do získáme hodnoty celkové vodorovné deformace pro jednotlivé kombinace.

Pro kombinaci **KZ1**:

$$w_{max,1} = \frac{e}{\cos\left(\frac{L_{cr}}{2} \cdot \left(\frac{N_{Ed,1}}{N_{cr}}\right)^{-0,5}\right)} + \frac{w_0}{1 - \frac{N_{Ed,1}}{N_{cr}}} = \frac{0,0}{\cos\left(\frac{3000}{2} \cdot \left(\frac{1400}{4421}\right)^{-0,5}\right)} + \frac{10,0}{1 - \frac{1400}{4421}} = 14,6 \text{ mm}$$

Pro kombinaci **KZ2**:

V této kombinaci (mimořádná situace) vzniká vlivem porušení vnější skleněné tabule excentricita **e = 6,0 mm**.

$$w_{max,2} = \frac{e}{\cos\left(\frac{L_{cr}}{2} \cdot \left(\frac{N_{Ed,2}}{N_{cr}}\right)^{-0,5}\right)} + \frac{w_0}{1 - \frac{N_{Ed,2}}{N_{cr}}} = \frac{6,0}{\cos\left(\frac{3000}{2} \cdot \left(\frac{1250}{4421}\right)^{-0,5}\right)} + \frac{10,0}{1 - \frac{1250}{4421}} = 19,9 \text{ mm}$$

Ohybový moment se stanoví:

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot w_{max}$$

kde M_{Ed} je návrhový ohybový moment;

w_{max} celková vodorovná deformace.

Dosažením do získáme hodnoty momentu pro jednotlivé kombinace.

Pro kombinaci **KZ1**:

$$M_{Ed,1} = N_{Ed,1} \cdot w_{max,1} = 1400 \cdot 14,6 = 20440 \text{ Nmm}$$

Pro kombinaci **KZ2**:

$$M_{Ed,2} = N_{Ed,2} \cdot w_{max,2} = 1250 \cdot 19,9 = 24875 \text{ kNm}$$

Výsledné vnitřní síly

Výsledné vnitřní síly působící na jednu skleněnou tabuli sloupu jsou shrnuty v tab. 6.1.

Tab. 6.1: Výsledné vnitřních sil

Kombinace	N_{Ed} [kN]	e [mm]	w_0 [mm]	N_{cr} [kN]	w_{max} [mm]	M_{Ed} [kNm]
KZ1	1,4	0,0	10	4,42	14,6	0,02044
KZ2	1,25	6,0	10	4,42	19,9	0,02488

6.4 Materiálové charakteristiky

Charakteristická pevnost za ohybu tepelně tvrzeného sodnovápenatého skla je $f_{b,k} = 120 \text{ MPa}$ dle ČSN EN 12150-1, [3]. Youngův modul pružnosti je $E = 70 \text{ GPa}$ dle ČSN EN 572-1, [4].

Návrhová pevnost tepelně upraveného skla se určí dle DIN 18008-1, [2] jako:

$$f_{b,d} = \frac{k_c \cdot f_{b,k}}{\gamma_M} = \frac{1,0 \cdot 120}{1,5} = 80 \text{ MPa}$$

kde $f_{b,d}$ je návrhová pevnost tepelně upraveného skla;

$f_{b,k}$ charakteristická pevnost tepelně upraveného skla;

k_c konstrukční součinitel ($k_c = 1,0$);

γ_M součinitel spolehlivosti materiálu (pro tepelně upravené sklo $\gamma_M = 1,5$).

6.5 Mezní stav únosnosti

Při posouzení v MSÚ zanedbáme spolupůsobení jednotlivých tabulí vrstveného skla, výpočet je bezpečný a konzervativní. Maximální napětí v jedné tabuli skla, se pro kombinaci namáhání osovou silou a ohybovým momentem, určí ze vztahu:

$$\sigma_{t,d} = \frac{N_{Ed}}{A} \pm \frac{M_{Ed}}{W_y}$$

kde $\sigma_{t,d}$ je tahové napětí na průřezu;
 A plocha průřezu;
 W_y průřezový modul;
 $f_{b,d}$ návrhová únosnost.

Dosažením získáme napětí pro jednotlivé kombinace.

Pro kombinace **KZ1**:

$$\sigma_{t,d1} = \frac{N_{Ed,1}}{A} + \frac{M_{Ed,1}}{W_y} = -\frac{1400}{4800} + \frac{20440}{9600} = 1,84 \text{ MPa}$$

Pro kombinace **KZ2**:

$$\sigma_{t,d2} = \frac{N_{Ed,2}}{A} + \frac{M_{Ed,2}}{W_y} = -\frac{1250}{4800} + \frac{24875}{9600} = 2,33 \text{ MPa}$$

Posouzení napětí:

$$\sigma_{t,d1} = 1,84 \text{ MPa} \leq 80 \text{ MPa} = f_{b,d} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

$$\sigma_{t,d2} = 2,33 \text{ MPa} \leq 80 \text{ MPa} = f_{b,d} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

Posouzení ztráty stability:

Ztrátu stability tlačенého prvku lze zjednodušeně posoudit podle vztahu:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{N_{cr}}{\gamma}} + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1,0$$

kde γ je součinitel bezpečnosti ($\gamma = 1,7$);
 M_{Rd} návrhová ohybová únosnost, která se určí ze vztahu:

$$M_{Rd} = f_{b,d} \cdot W_y = 80 \cdot 9600 = 768000 \text{ Nmm} = 0,768 \text{ kNm}$$

Pro kombinace **KZ1**:

$$\frac{N_{Ed,1}}{\frac{N_{cr}}{\gamma}} + \frac{M_{Ed,1}}{M_{Rd}} = \frac{1400}{\frac{4421}{1,7}} + \frac{20440}{768000} = 0,565 \leq 1,0 \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

Pro kombinace **KZ2**:

$$\frac{N_{Ed,2}}{\frac{N_{cr}}{\gamma}} + \frac{M_{Ed,2}}{M_{Rd}} = \frac{1250}{\frac{4421}{1,7}} + \frac{24875}{768000} = 0,513 \leq 1,0 \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

6.6 Mezní stav použitelnosti

Rovněž v MSP není uvažován příznivý účinek vzájemného spolupůsobení jednotlivých skleněných tabulí. Sledovanou deformací je vodorovný posun δ_{max} střednice prutu uprostřed výšky sloupu, který se určí jako:

$$\delta_{max} = \frac{w_0}{1 - \frac{N_k}{N_{cr}}} - w_0 = \frac{10}{1 - \frac{1000}{4421}} - 10 = 2,92 \text{ mm}$$

Limitní deformace δ_{lim} sloupu byla zvolena jako 1/300 rozpětí podle doporučených deformací pro sloupy a pažďíky zasklených stěn dle ČSN EN 1993-1-1, [5].

Posouzení:

$$\delta_{max} = 2,92 \text{ mm} \leq \delta_{lim} = \frac{L}{300} = \frac{3000}{300} = 10,00 \text{ mm} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

6.7 Literatura

- [1] ČSN EN 1990, *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*, 2015. Ed. 2. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví
- [2] DIN 18008-1, *Glas im Bauwesen – Bemessungs- und Konstruktionsregeln: Teil 1: Begriffe und allgemeine Grundlagen*, 2010. Berlin: Deutsches Institut für Normen
- [3] ČSN EN 12150-1, *Sklo ve stavebnictví – Tepelně tvrzené sodnovápenatokřemičité bezpečnostní sklo – Část 1: Definice a popis*, 2016. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví
- [4] ČSN EN 572-1, *Sklo ve stavebnictví – Základní výrobky ze sodnovápenatokřemičitého skla – Část 1: Definice a obecné fyzikální a mechanické vlastnosti*, 2012. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví
- [5] ČSN EN 1993-1-1, *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*, 2006. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví